9 класс

возможные решения и критерии оценивания

9.1 С лунной горы высотой 2 км оторвался лунный камень. Во сколько раз путь, пройденный камнем за 30-ю секунду падения, больше пути за 20-ю секунду? Во сколько раз путь, пройденный камнем за первые 40 секунд падения, больше пути за первые 30 секунд? Во сколько раз путь, пройденный камнем за первые 60 секунд падения, больше пути за первые 40 секунд? Ускорение свободного падения на Луне в 6 раз меньше земного, а атмосферы практически нет. Камень в процессе падения на поверхность Луны ни с чем не сталкивается.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Движение камня — прямолинейное равноускоренное без начальной скорости с ускорением $g = g_э/6$.

Найдём всё время падения камня:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \approx 49 \text{ с}.$$

Так как время 30 с < 49 с, то путь камня L_{30} за 30-ю секунду равен пути за первые 30 с минус путь за первые 29 с. Аналогично находится путь за 20-ю секунду. В итоге:

$$\frac{L_{30}}{L_{20}} = \frac{gt_{30}^2/2 - gt_{29}^2/2}{gt_{20}^2/2 - gt_{19}^2/2} = \frac{t_{30}^2 - t_{29}^2}{t_{20}^2 - t_{19}^2} = \frac{59}{39}.$$

Так как время 40 с < 49 с:

$$\frac{S_{40}}{S_{30}} = \frac{gt_{40}^2/2}{gt_{30}^2/2} = \frac{t_{40}^2}{t_{30}^2} = \frac{16}{9}.$$

После 49 с камень был неподвижен, поэтому перемещение за 60с: $S_{60} = h$. И соответственно:

$$\frac{S_{60}}{S_{40}} = \frac{2h}{gt_{40}^2} = \frac{3}{2}.$$

Ответ:

$$\frac{L_{30}}{L_{20}} = \frac{59}{39}, \ \frac{S_{40}}{S_{30}} = \frac{16}{9}, \ \frac{S_{60}}{S_{40}} = \frac{3}{2}.$$

№	Действия	Баллы
1.	Найдено время падения	2
2.	Найдено отношение путей за 30-ю и 20-ю секунды	3
3.	Найдено отношение путей за 40 с и 30 с	2
4.	Найдено отношение путей за 60 с и 40 с	3
Итого максимально за задачу		10

9.2 Участок электрической цепи состоит из двух одинаковых резисторов сопротивлением $R = 100$ Ом и полупроводникового элемента, вольт-амперная характеристика которого выглядит так, как показано на рисунке 1. Какие токи потекут через резисторы, если подключить к этому участку цепи источник с электрическим напряжением Uи $= 1$ В? Напряжения $U_0 = 0.5$ В, $U_{\text{СТ}} = -3$ В. Постройте график зависимости силы тока от напряжения (ВАХ) для данного участка цепи. Это следует сделать на отдельном листе миллиметровой бумаги.

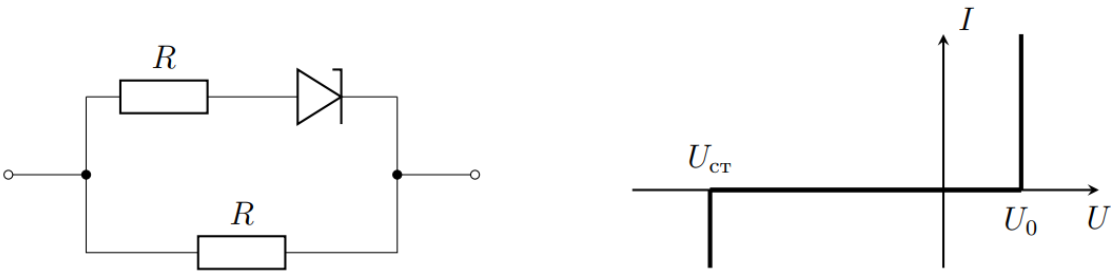


Рис. 1

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Так как «нижний» резистор подключен параллельно остальным элементам, то сила тока в нём:

$$I_1 = \frac{U_{\text{и}}}{R} = 0{,}01\text{А}.$$

Верхний резистор соединен последовательно со стабилитроном (полупроводниковым элементом), и при этом общее напряжение на них Uи $= 1$В, следовательно, на этом резисторе напряжение $U_2 = U$и$- U_0$, так как стабилитрон открыт при прямом подключении. Тогда сила тока:

$$I_2 = \frac{U_{\text{и}} - U_0}{R} = 0{,}005\text{А}.$$

В зависимости от напряжения U, поданного на выходы схемы источника, стабилитрон будет вести себя по-разному, таким образом на графике будет 3 разных области. Проанализируем каждую из них:

1)$U \leqslant -3$ В: На этом участке стабилитрон ведет себя как элемент с любым током и напряжением Uст $= -3$ В. Тогда из закона Ома для участка цепи:

$$\begin{cases} I_1 R + U_{\text{ст}} = U \\ I_2 R = U \end{cases}$$

Получаем для тока:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{2U - U_{\text{ст}}}{R}$$

2) 3 В $< U \leqslant$ 0.5 В: На этом участке стабилитрон ведет себя как элемент с нулевым током и любым напряжением из выделенного диапазона, тогда участок цепи эквивалентен резистору сопротивлением R. Тогда из закона Ома для участка цепи:

$$I = \frac{U}{R}$$

3) $U > 0.5$ В: На этом участке стабилитрон ведет себя как элемент с любым током и напряжением $U_0 =$ 0.5 В. Тогда из закона Ома для участка цепи:

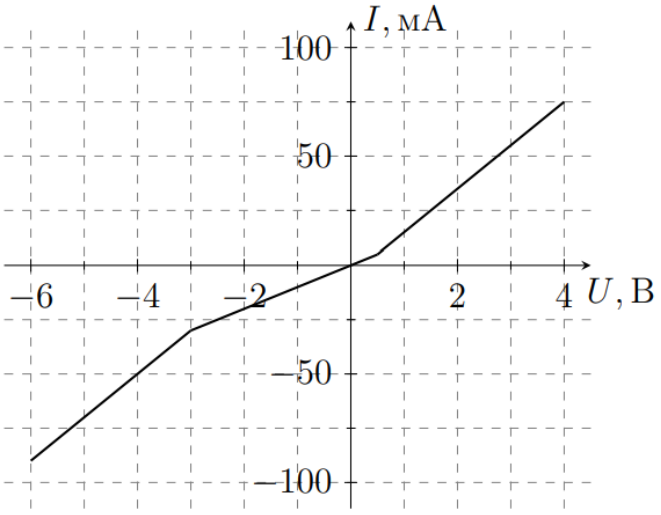
$$\begin{cases} I_1 R + U_0 = U \\ I_2 R = U \end{cases}$$

Получаем для тока:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{2U - U_0}{R}$$

Окончательно получаем:

$$\begin{cases} I = \dfrac{2U - U_{\text{ст}}}{R}, & U \leqslant -3 \text{ В} \\ I = \dfrac{U}{R}, & -3 \text{ В} < U \leqslant 0.5 \text{ В} \\ I = \dfrac{2U - U_0}{R}, & U > 0.5 \text{ В} \end{cases}$$



ОТВЕТ: $I_1 = 0{,}01\text{А},\ I_2 = 0{,}005\text{А}$.

КРИТЕРИИ:

№	Действия	Баллы
1.	Есть понимание, как именно соединены стабилитрон с «верхним» резистором (последовательно) и как к ним присоединен «нижний» резистор (параллельно)	1
2.	Верно найдена сила тока в «нижнем» резисторе	1
3.	Определено напряжение на верхнем резисторе и стабилитроне	1
4.	Верно найдена сила тока в «верхнем» резисторе	1
5.	Верно записаны два уравнения для любого из случаев	1
6.	Получено верное выражение зависимости силы тока от напряжения во втором случае	1
7.	Получено верное выражение зависимости силы тока от напряжения в первом случае	1
8.	Получено верное выражение зависимости силы тока от напряжения в третьем случае	1
9.	Построен правильный график полученной зависимости с верным масштабом и подписанными осями координат	2
Итого максимально за задачу		10

9.3 Три кубика A, B и C с начальными температурами $t_A = 0°C$, $t_B = 54°C$, $t_C = 105$ °C не обмениваются энергией с окружающей средой. Любые два кубика можно привести в тепловой контакт на длительное время. Как сделать так, чтобы конечная температура кубика A оказалась более чем на 5°C выше конечной температуры кубика B и конечной температуры кубика C? Свой ответ подтвердите расчётами. Кубики B и C одинаковы. Ребро кубика A вдвое больше, чем рёбра кубиков B и C. Все кубики сделаны из одного и того же материала с очень хорошей теплопроводностью.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Ребро кубика A вдвое больше, чем рёбра кубиков B и C, поэтому можно сказать, что кубик A состоит из 8 таких же кубиков, как B и C. Значит, теплоёмкость кубика A в 8 раз больше, чем теплоёмкость кубиков B и C. Обозначим C_0 теплоёмкость кубиков B и C, тогда теплоёмкость кубика A равна $8C_0$.

Вначале приведём в тепловой контакт кубики A и B. Запишем для них уравнение теплового баланса и найдём их установившуюся температуру t_1:

$$8C_0(t_1 - t_A) + C_0(t_1 - t_B) = 0,$$

$$t_1 = \frac{8t_A + t_B}{9} = 6\ °C$$

Далее приведём в контакт кубики A и C. Запишем уравнение теплового баланса для этих кубиков и найдём их установившуюся температуру t_2:

$$8C_0(t_2 - t_1) + C_0(t_2 - t_C) = 0,$$

$$t_2 = \frac{8t_1 + t_C}{9} = 17\ °C$$

Наконец, приведем в контакт кубики B и C, запишем для них уравнение теплового баланса и определим конечную температуру этих кубиков t_3.

$$C_0(t_3 - t_1) + C_0(t_3 - t_2) = 0,$$

$$t_3 = \frac{t_1 + t_2}{2} = 11{,}5\ °C$$

Мы получили, что конечная температура кубика A больше, чем конечные температуры кубиков B и C на 5,5 °C, что и требовалось по условию задачи.

ОТВЕТ: Вначале приведём в тепловой контакт кубики A и B. Далее приведём в контакт кубики A и C. Наконец, приведем в контакт кубики B и C.

КРИТЕРИИ:

№	Действия	Баллы
1.	Указано, с обоснованием, что теплоемкость кубика A в 8 раз больше теплоемкости кубиков B и C	2
2.	Верно записано уравнение теплового баланса для первого контакта	1,5
3.	Получено верное численное значение для температуры кубиков A и B после первого контакта $t_1 = 6\ ^\circ C$	1
4.	Верно записано уравнение теплового баланса для второго контакта	1,5
5.	Получено верное численное значение для температуры кубиков A и C после второго контакта $t_2 = 17\ ^\circ C$	1
6.	Верно записано уравнение теплового баланса для третьего контакта	1,5
7.	Получено верное численное значение для температуры кубиков B и C после третьего контакта $t_3 = 11{,}5\ ^\circ C$	1
8.	Сделан вывод о том, что выбранная схема приводит в требуемому результату	0,5
Итого максимально за задачу		10

9.4 Система состоит из двух одинаковых тонких однородных досок и груза (рис. 2). К верхней доске одним концом прикреплена нить, второй конец этой нити закреплен. Нижняя доска лежит на упоре, к ее правому концу на нити подвешен груз. Считая массы досок M и груза m известными, а также, что эта система находится в равновесии, при этом доски горизонтальны, а нити вертикальны, найдите силу натяжения каждой нити. При каких соотношениях масс доски и груза M/m такое равновесие возможно? Нити легкие и нерастяжимые.

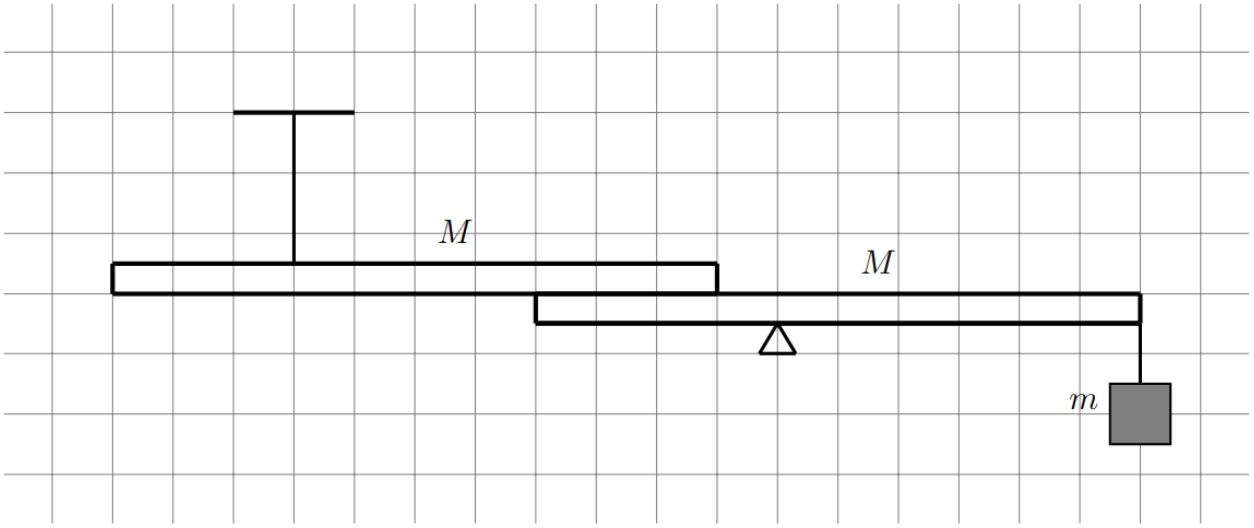
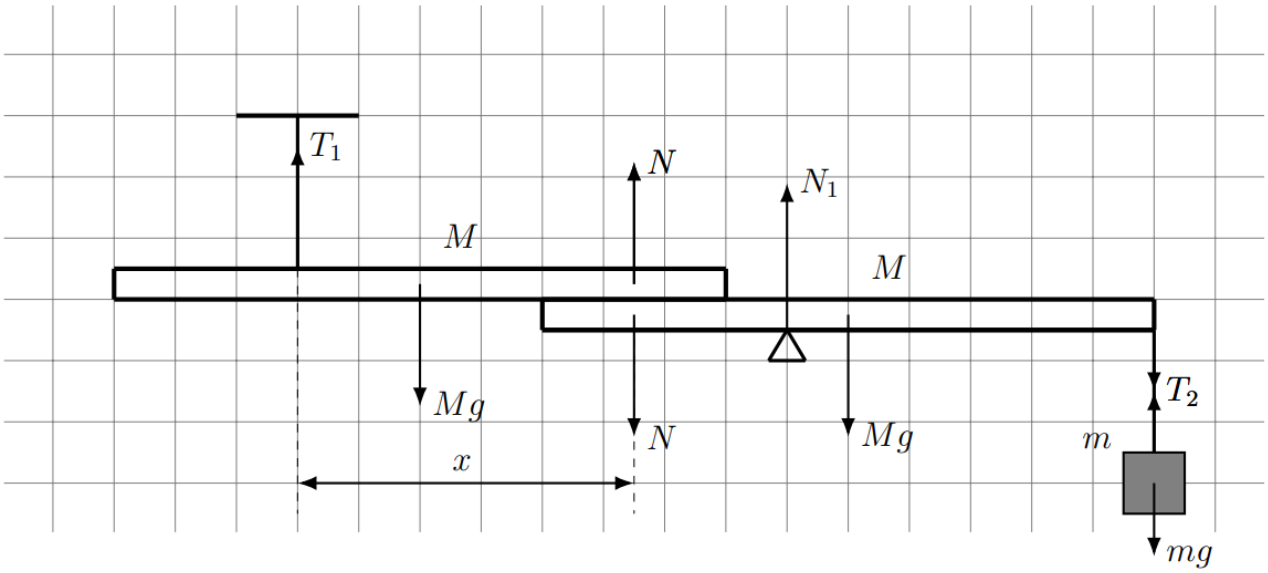


Рис. 2

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:



Из 2 закона Ньютона для груза m найдем силу натяжения правой нити:

$$T_2 = mg$$

Из правила моментов для системы из досок и груза m относительно упора:

$$T_1 \cdot 8l + T_2 \cdot 6l + Mg \cdot l = Mg \cdot 6l,$$

откуда сила натяжения левой нити:

В равновесии на верхнюю доску действуют сила тяжести, приложенная к ее геометрическому центру, сила натяжения нити и сила реакции со стороны нижней доски N (она направлена вертикально вверх). На нижнюю доску при этом действуют сила тяжести, сила натяжения нити, равная весу груза mg, сила реакции в опоре рычага и сила реакции со стороны верхней доски, равная по третьему закону Ньютона N и направленная вертикально вниз. Точка приложения силы реакции может находиться в месте соприкосновения досок.

Пусть расстояние от точки приложения сил реакции до точки подвеса верхней доски равно x, а длина одной клеточки на рисунке равна L. Тогда уравнение моментов для верхней доски относительно точки подвеса имеет вид

$$2Mg \cdot L = N \cdot x,$$

а для нижней доски относительно опоры рычага

$$Mg \cdot L + mg \cdot 6L = N \cdot (8L - x)$$

Разделив второе уравнение на первое, получим

$$\frac{M + 6m}{2M} = \frac{8L - x}{x}$$

Откуда

$$\frac{m}{M} = \frac{8L}{3x} - \frac{1}{2}$$

Как следует из рисунка, допустимыми являются значения $4 \leqslant x/L \leqslant 7$. Нетрудно видеть, что при $x/L > 16/3$ отношение m/M становится отрицательным; фактически, для поддержания равновесия груз должен иметь отрицательную массу, то есть равновесие невозможно, поэтому для сохранения равновесия значение x/L должно лежать в диапазоне от 4 до 16/3. В указанном диапазоне увеличение x от 4 до 16/3 ведет к увеличению знаменателя в выражении для m/M, то есть к уменьшению самого отношения. Максимальное отношение достигается на конце диапазона при x = 4L, отсюда искомое отношение $M/m \geqslant 6$.

ОТВЕТ: $T_1 = \frac{5M-6m}{8}$, $T_2 = mg$, $M/m \geqslant 6$.

КРИТЕРИИ:

№	Действия	Баллы
1.	Записан 2 закон Ньютона для тела m	1
2.	Найдена сила T_2	1
3.	Записано правило моментов для системы	2
4.	Найдена сила T_1	1
5.	Указано, что сила реакции между досками приложена в произвольной точке контакта	1
6.	Записано верно условие равновесия верхней доски	1
7.	Записано верно условие равновесия нижней доски	1
8.	Правильно получено неравенство на соотношение масс	2
Итого максимально за задачу		10

9.5 В дне цилиндрического сосуда высотой $H = 3a$ проделано квадратное отверстие сечением $a \times a$, которое заткнуто пробкой кубической формы с ребром a (см. рисунок 3). Пробка вставлена в отверстие до половины своей высоты. Плотность вещества пробки ρ. В сосуд до краёв наливают жидкость плотностью 2ρ. Какую силу F нужно приложить для того, чтобы удержать пробку в равновесии? Какую работу нужно совершить, чтобы медленно вытащить вверх пробку из отверстия? Трением стенок отверстия о пробку, а также подтеканием жидкости между стенками отверстия и пробкой пренебречь

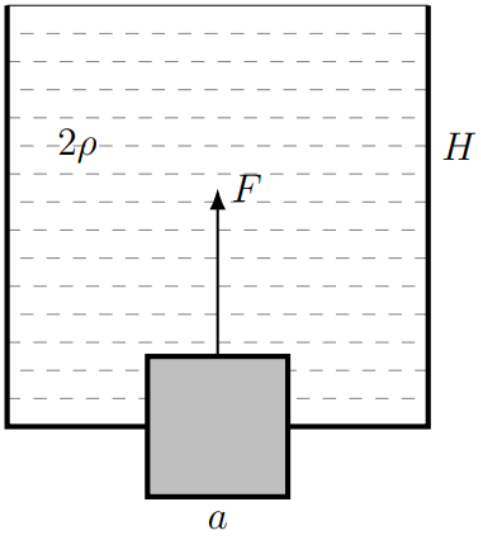
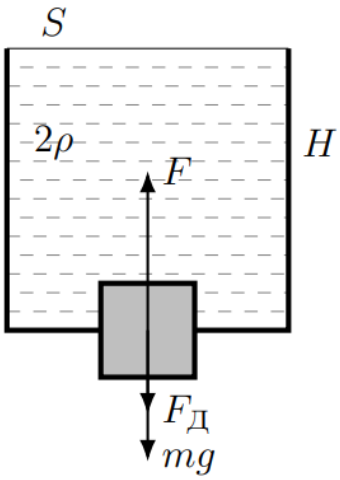


Рис. 3

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Расставим силы, действующие на пробку. Снизу на пробку действует сила атмосферного давления, но, согласно закону Паскаля, это же атмосферное давление входит в выражение давления жидкости на любой участок пробки, в том числе и на её верхнее основание, поэтому сила атмосферного давления будет взаимно уничтожаться, мы сразу не будем её изображать.



Остаются сила тяжести и сила давления жидкости на верхнее основание (остальные силы давления направлены горизонтально и скомпенсированы); они обе направлены вниз, поэтому, согласно условию равновесия (2 закон Ньютона), сила натяжения нити, удерживающая пробку в равновесии, направлена вертикально вверх и равна их сумме:

$$F = mg + F_Д = mg + 2\rho g(H - a/2)a^2 = 2\rho g H a^2 = 6\rho g a^3$$

В процессе вытаскивания пробки из отверстия сила давления жидкости на верхнее основание пробки меняется. Пусть h — высота погруженной в жидкость части пробки. Она меняется от $a/2$ до a. Уровень жидкости H не меняется, так как лишняя жидкость выливается из сосуда.

Сила натяжения нити равна:

$$F = mg + 2\rho g(H-h)a^2.$$

Найдем малую работу этой силы по перемещению пробки на малое расстояние Δh:

$$\Delta A = F\Delta h = (mg + 2\rho g(H-h)a^2)\Delta h.$$

Просуммируем малые работы по всем перемещениям Δh:

$$A = mg\sum \Delta h + 2\rho gHa^2\sum \Delta h - 2\rho ga^2\sum (h\Delta h).$$

Сумму $\sum(h\Delta h)$ можно найти как площадь под графиком зависимости величины h от h, это видно из численного равенства площади узкой полоски под этим графиком и малой работы.

В итоге:

$$A = \frac{mga}{2} + \frac{2\rho gHa^3}{2} - \frac{3\rho ga^4}{4} = \frac{11\rho ga^4}{4}.$$

ОТВЕТ:

$$F = 6\rho ga^3,\ A = \frac{11\rho ga^4}{4}.$$

КРИТЕРИИ:

№	Действия	Баллы
1.	Учет атмосферного давления	1
2.	Правильный чертёж с расставленными силами	2
3.	Записано условие равновесия пробки	1
4.	Найдена искомая сила	1
5.	Учёт и обоснование неизменности H	1
6.	Выражение функции зависимости силы F от высоты h	1
7.	Выражение для малой работы	1
8.	Суммирование малых работ любым правильным способом	1
9.	Правильный ответ для искомой работы	1
Итого максимально за задачу		10